



PROBA DE BARAJ
SENIORI
Barem



SUBIECTUL I (10 puncte)

Un asteroid descoperit în anul 2008, are orbita în planul eclipticii, semiaxa sa mare fiind de 3 UA iar semiaxa mică de 2,4 UA. Asteroidul este observat în 1 ianuarie 2009, exact atunci când trece prin periheliu. În acel moment elongația sa este de 15° , el putând fi observat dimineța înainte de răsăritul Soarelui. Asteroidul este observat din nou în același an, dar elongația sa este acum 75° și poate fi observat seara, după apusul Soarelui.

- Care este perioada sinodică a asteroidului?
- Care este data celei de a doua observații?
- Datorită excentricității orbitei, magnitudinea asteroidului la opoziție se schimbă de la o perioadă sinodică la alta. Care este diferența dintre valorile minimă și maximă posibile ale magnitudinii asteroidului la opoziție?

Pentru rezolvarea problemei puteți folosi eventual figura reprezentând o elipsă suprapusă peste un caroiaj rectangular. Observație: caroiajul nu este o hârtie milimetrică, distanța dintre liniile paralele consecutive fiind diferită de un milimetru.

	Punctaj
<p>a) Perioada siderală a asteroidului se calculează cu ajutorul legii a III-a a lui Kepler; folosind unitățile din sistemul Pământ-Soare, avem:</p> $P = \sqrt{a^3} = 5,196 \text{ ani} = 1897,9 \text{ zile}$ <p>Perioada sinodică este dată de</p> $\frac{1}{T} = 1 - \frac{1}{P},$ <p>de unde $T = 1,238 \text{ ani} = 405,3 \text{ zile}$.</p>	2p
<p>b) Din enunțul problemei observăm că între cele două observații, asteroidul a parcurs pe orbita sa, față de Soare, un unghi de 90° ($15^{\circ} + 75^{\circ}$). Se pune deci problema de a determina intervalul de timp în care planeta ajunge de la periheliu la o anomalie adevărată de 90°.</p> <p>METODA 1, folosind caroiajul.</p> <p><i>Observație.</i> Faptul că nu avem un caroiaj milimetric nu este relevant rezolvării problemei, atât timp cât măsurătorile se fac în unități ale caroiajului dat, prin numărare, aceasta deoarece aria se poate măsura doar prin numărarea pătrățelilor din interiorul elipsei.</p> <p>Se trasează axele de simetrie ale elipsei și apoi se găsește factorul de scală al imaginii: o unitate de caroiaj 1 u = 0,03 UA. Se constată că raportul semiaxelor din enunț corespunde cu cel de pe desen.</p> <p>Se găsește apoi poziția unui focar, acesta aflându-se la distanța $ae = \sqrt{a^2 - b^2} = 1,8 \text{ UA} = 60 \text{ u}$ de centrul de simetrie al elipsei.</p> <p>Conform legii ariilor, aria hașurată (vezi figura) raportată la timpul scurs între cele două observații, este egală cu aria elipsei raportată la perioada siderală a planetei.</p> <p>Aria hașurată este $S_h = 1789 \text{ u}^2$, iar aria elipsei este dată de formula $S = \pi ab = 3.1415 \times 100 \times 80 \text{ u}^2 = 25132 \text{ u}^2$. Intervalul de timp este deci</p> $\Delta t = \frac{S_h}{S} P = 135,1 \text{ zile}$	0.5p 0.5p 0.5p 0.5p

	Punctaj
<p>METODA 2, cu ajutorul ecuației lui Kepler. Excentricitatea orbitei este:</p> $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = 0.6$ <p>Anomalia excentrică E este în funcție de anomalia adevărată $V=90^\circ$:</p> $\operatorname{tg} \frac{E}{2} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \operatorname{tg} \frac{V}{2},$ <p>de unde $E=0,927295218$ rad. Anomalia medie se află din ecuația lui Kepler:</p> $M = E - e \sin E = 0,447295218 \text{ rad.}$ <p>Intervalul de timp va fi deci:</p> $\Delta t = \frac{M}{2\pi} P = 135,1 \text{ zile}$ <p>Data rezultată prin aplicarea ambelor metode este deci 16 mai 2009.</p>	<p>0.5p</p> <p>0.5p</p> <p>0.5p</p> <p>0.5p</p> <p>1p</p>
<p>c) Cea mai mică valoare a magnitudinii se obține la marea opoziție atunci când asteroidul este la periheliu. Dacă notăm cu $r_0 = 1$ UA raza orbitei Pământului, vom avea distanțele Soare-asteroid și Pământ-asteroid în acest caz:</p> $\begin{aligned} d_1^{\odot A} &= a(1-e) \\ d_1^{\oplus A} &= a(1-e) - r_0 \end{aligned}$ <p>Maximul magnitudinii se atinge când opoziția are loc la afeliul asteroidului, distanțele fiind în acest caz:</p> $\begin{aligned} d_2^{\odot A} &= a(1+e) \\ d_2^{\oplus A} &= a(1+e) - r_0 \end{aligned}$ <p>Aceste distanțe sunt singurele elemente care diferă între cele două situații. Calculând strălucirea asteroidului în reflexie în funcție de luminozitatea Soarelui $E_{1,2}$, aplicând legea lui Pogson, și efectuând simplificările vom obține:</p> $m_2 - m_1 = 2,5 \lg \frac{E_1}{E_2} = 2,5 \lg \frac{(d_2^{\odot A})^2 (d_2^{\oplus A})^2}{(d_1^{\odot A})^2 (d_1^{\oplus A})^2} = 2,5 \lg \frac{(1+e)^2 (a(1+e) - r_0)^2}{(1-e)^2 (a(1-e) - r_0)^2} = 9,4.$ <p>Diferența foarte mare se datorează excentricității mari a orbitei care duce la o apropiere de numai 0.2 UA de Pământ, (în interiorul orbitei lui Marte!) la marea opoziție, în schimb distanța la opoziția din afeliu este de 3.8 UA.</p>	<p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p>
Oficiu	1p



PROBA DE BARAJ

SENIORI

Barem



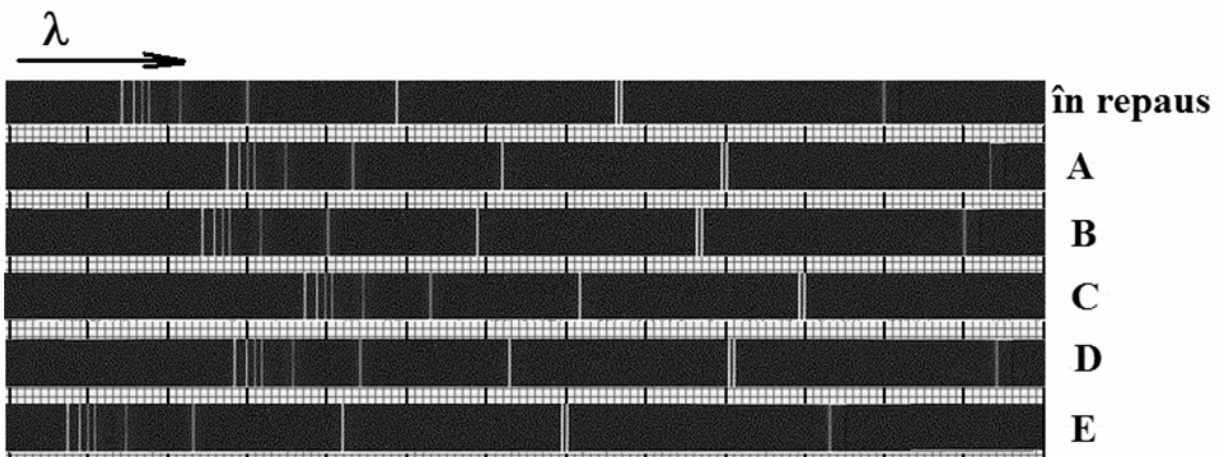
SUBIECTUL II (10 puncte)

În figura de mai jos sunt ilustrate spectrele emise de cinci galaxii bogate în sodiu și hidrogen, comparativ cu spectrul emis de o sursă aflată în repaus.

- Ordonăți crescător galaxiile folosind drept criteriu vitezele radiale, față de galaxia noastră. Dați o justificare calitativă pentru răspunsul dat;
- Folosind dubletul sodiului și rastrul din figură pentru a aprecia deplasările spre roșu, determinați vitezele radiale ale galaxiilor, față de galaxia noastră (Considerăm viteza luminii în vid $c = 300.000\text{km/s}$);
- Pentru primele patru galaxii, distanțele estimate la care se află față de galaxia noastră sunt trecute în tabelul de mai jos. Folosind aceste valori, determinați constanta Hubble.

Galaxia	A	B	C	D
Distanța estimată (Mpc)	220,7	164,2	366,4	219,4

Se știe că diferența dintre linia de lungime de undă mai mare a sodiului și linia roșie a hidrogenului este $\Delta\lambda = 66\text{ nm}$, linia roșie a hidrogenului având lungimea de undă $\lambda = 655\text{ nm}$.





PROBA DE BARAJ

SENIORI

Barem



Subiectul	Parțial	Punctaj
		10 puncte
<p>a. Ordinea este: E,B,D,A,C</p> <p>Justificare: viteza de recesie a unei galaxii este cu atât mai mare cu cât deplasarea relativă spre roșu a spectrului provenit de la acea galaxie este mai mare.</p> <p>Se observă că spectrul galaxiei „E” este deplasat spre roșu, ceea ce arată că galaxia respectivă se apropie de galaxia noastră.</p> <p>b. Analizând spectrele din imagine, avem diferențele de lungimi de undă</p> <p>$\Delta\lambda_A = 26 \text{ nm};$ $\Delta\lambda_B = 20 \text{ nm}; \Delta\lambda_C = 46 \text{ nm}; \Delta\lambda_D = 28 \text{ nm}; \Delta\lambda_E = -12 \text{ nm}$</p> <p>Viteza radială este dată de relația $v = cz$, în care z este deplasarea relativă spre roșu, $z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$</p> <p>Se obțin valorile:</p> <p>$v_A = 13242 \frac{\text{km}}{\text{s}}; v_B = 10186 \frac{\text{km}}{\text{s}}; v_C = 23429 \frac{\text{km}}{\text{s}}; v_D = 14261 \frac{\text{km}}{\text{s}};$ $-6112 \frac{\text{km}}{\text{s}}$</p> <p>c. Conform legii lui Hubble, distanța este proporțională cu viteza de recesie, constanta de proporționalitate (constantă lui Hubble) fiind $H = \frac{v}{d}$, d fiind distanța.</p> <p>Legea lui Hubble este valabilă, în formă liniară, pentru deplasări spre roșu mici.</p> <p>Se obțin valorile: $H_1 = 60 \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}}; H_2 = 62 \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}}; H_3 = 64 \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}};$</p>	<p>1p</p> <p>2.5p</p> <p>0.5p</p> <p>0.5p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>1p</p> <p>0.5p</p> <p>0.5p</p> <p>0.5</p>	



PROBA DE BARAJ

SENIORI

Barem



Subiectul	Parțial	Punctaj
$H_0 = 65 \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}}$ Valoarea medie este $\bar{H} = 62,7 \frac{\text{km}}{\text{s Mpc}}$		
oficiu	1p	
total	10p	

SUBIECTUL III (10 puncte)

Sistemul binar de stele Sirius format dintr-o stea normală - A și o pitică albă – steaua B, prezintă particularitatea că poate fi analizat atât prin observare directă cât și spectroscopic. În figura 1, este reprezentată orbita lui Sirius, considerând steaua A ca referențial fix. Distanțele până la pitica albă – B reprezintă separația dintre cele două stele la diferite momente de timp.

- Determinați perioada orbitală a sistemului. Estimează eroarea cu care poți determina perioada.
- În figura 1, orbita pare a fi eliptică deși, dacă planul unei orbite circulare este înclinat față de direcția de observare, orbita pare tot o elipsă. Argumentează, pe baza figurii, că orbita este eliptică.
- Determină semiaxa mare aparentă a sistemului binar, exprimată în secunde de arc (factorul de corecție pe care îl vei folosi pentru a lua în calcul înclinarea orbitei este 0,95)
- Paralaxa centrului de masă este $\pi = 0,379''$. Determină mărimea fizică a semiaxei mari.
- Dacă orbitele celor două stele ar fi reprezentate luând ca referențial centrul de masă, atunci orbita stelei B ar fi de 2,4 ori mai mare decât orbita stelei A. Determină masele celor două stele
- Cunoscând magnitudinile bolometrice aparente ale celor două stele: Sirius-A $M_A = -2,1$, Sirius-B $M_B = +8,3$, calculează luminozitatea fiecărei stele în funcție de luminozitatea Soarelui L_{\odot} . Magnitudinea bolometrică absolută a Soarelui este +4,6.
- Calculează folosind legea Stefan- Boltzman razele celor două stele în funcție de R_{\odot} . Se cunosc temperaturile la suprafața Soarelui și respectiv a celor două stele $T_{\odot} = 5800K$, $T_A = 11200K$, $T_B = 28500K$
- Calculează densitatea medie a celor două stele. Se dau $R_{\odot} = 7 \cdot 10^{10} \text{ cm}$, $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{33} \text{ g}$

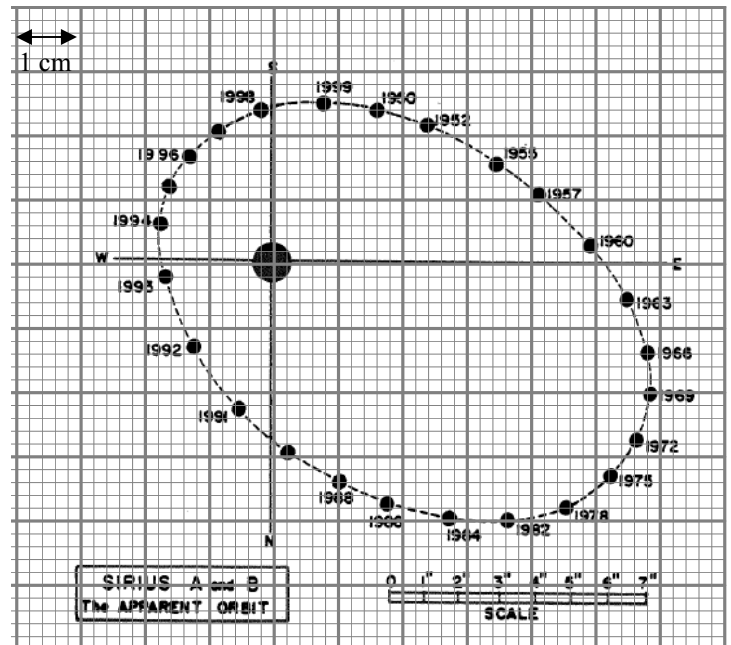
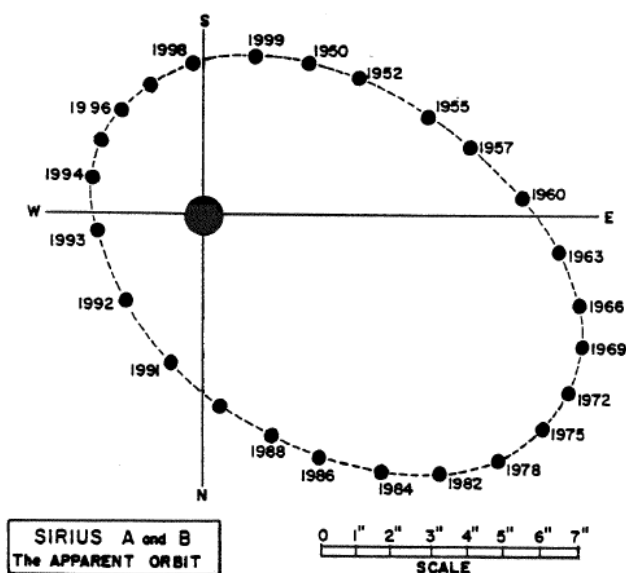


Figura 1

Subiectul	Parțial
<p>e. Masa totală a sistemului binar se deduce din legea a III –a a lui Kepler.</p> $(M_A + M_B)T^2 = a^3$ <p>unde masele sunt exprimate în funcție de M_\odot, perioada T în ani și a în UA.</p> $M_A + M_B = \frac{(20)^3}{(51)^2} = 3,1M_\odot$ <p>Raportul maselor este egal cu inversul distanțelor fiecărei stele până la centrul de masă.</p> $\frac{M_A}{M_B} = 2,4$ <p>Rezultă că</p> $M_B = \frac{M_A + M_B}{2,4+1} = 0,9M_\odot, \text{ iar } M_A = 2,2M_\odot$	<p>0.5p</p> <p>0.5p</p> <p>0.5p</p>
<p>f. Pentru Sirius $m - M = 5 \log(2,64) - 5 = -2,98$</p> <p>Magnitudinile absolute vor fi :</p> <p>Sirius A : 0,8</p> <p>Sirius B : 11,2</p> <p>Aplicând formula pentru calculul luminozității</p> $M_\odot - M = 2,5 \log\left(\frac{L}{L_\odot}\right)$ <p>se determină luminozitățile cerute:</p> $L_A = 33L_\odot, \quad L_B = (2,3 \cdot 10^{-3})L_\odot$	<p>0.5p</p> <p>0.5p</p>
<p>g. folosind legea Stefan Boltzman, raportul luminozităților stelei Sirius A și Soare, se exprimă astfel :</p> $\frac{L_A}{L_\odot} = \frac{4\pi R_A^2 \sigma T_A^4}{4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4} = \left(\frac{R_A}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{T_A}{T_\odot}\right)^4$ <p>Efectuând calculele rezultă</p> $R_A = 1,5R_\odot, \quad R_B = (2,0 \cdot 10^{-3})R_\odot$	<p>0.5p</p> <p>0.5p</p>



Subiectul	Parțial
<p>h. Densitatea medie a stelei este:</p> $\langle \rho \rangle = \frac{M}{\frac{4\pi R^3}{3}}$ <p>Folosind rezultatele obținute la punctele precedente se obține:</p> $\langle \rho_A \rangle = 0,79 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}, \langle \rho_B \rangle = 1,6 \cdot 10^8 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$	<p>0.5p</p> <p>1p</p>
oficiu	1p
total	10p



PROBA DE BARAJ
SENIORI
Barem



SUBIECTUL IV A (7 puncte)

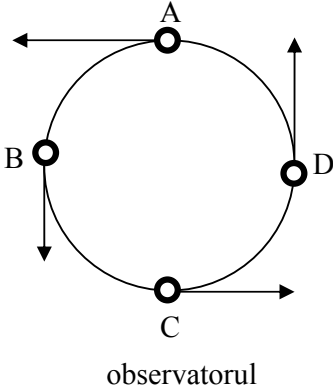
De câteva sute de ani, cercetători și astronomi amatori se întreabă dacă există planete extrasolare, orbitând stele având o structură asemănătoare Soarelui. Cu toate acestea, abia în 1995 la Observatorul din Geneva, a fost anunțată descoperirea unei planete orbitând în jurul stelei ce are aceeași masă cu Soarele, 51 Pegasi.

Pentru a detecta astfel de planete sunt utilizate metode indirecte, întrucât lumina reflectată de planetă este de cele mai multe ori imposibil de identificat, datorită strălucirii stelei în jurul căreia orbitează. Printre metodele indirecte se numără măsurători asupra vitezei radiale (considerată și cea mai eficientă), eclipse, lentile gravitaționale și altele.

a) Explicați cât mai amănunțit fenomenul de variație a vitezei radiale. Determinați în cazul Soarelui viteza de rotație în jurul centrului de masă numai datorită mișcării pe orbită a planetei Jupiter.

Subiectul IV a).	Punctaj
Mișcarea în jurul centrului comun de masă și a efectului Doppler.	0.5p
Se calculează semiaxa mare din perioada planetei Jupiter $a_J = T_J^{2/3} = 5,18 \text{ UA}$, de unde $v_J = \frac{2\pi a_J}{T_J} = 13 \text{ km/s}$ și a vitezei radiale a Soarelui	0.5p
$v_{\text{Soare}} = \frac{M_J}{M_{\text{Soare}}} v_J = 12,4 \text{ m/s}$	1p

b) În cazul stelei 51 Peg astronomii au identificat o variație a vitezei radiale cu o perioadă de 4,23 zile. Considerând curba de variație a vitezei radiale din figura 3, ilustrați prin desene poziția stelei 51 Peg relativ la centrul comun de masă al sistemului stea – planetă, pentru fiecare din cazurile A, B, C și D.

Subiectul IV b).	Punctaj
 <p style="text-align: center;">observatorul</p>	<p>A-0.25p B-0.25p C-0.25p D-0.25p</p>

c) Determinați distanța la care orbitează planeta și limita inferioară a masei acesteia în funcție de masa planetei Jupiter. Poate fi această masă determinată exact? Argumentați.

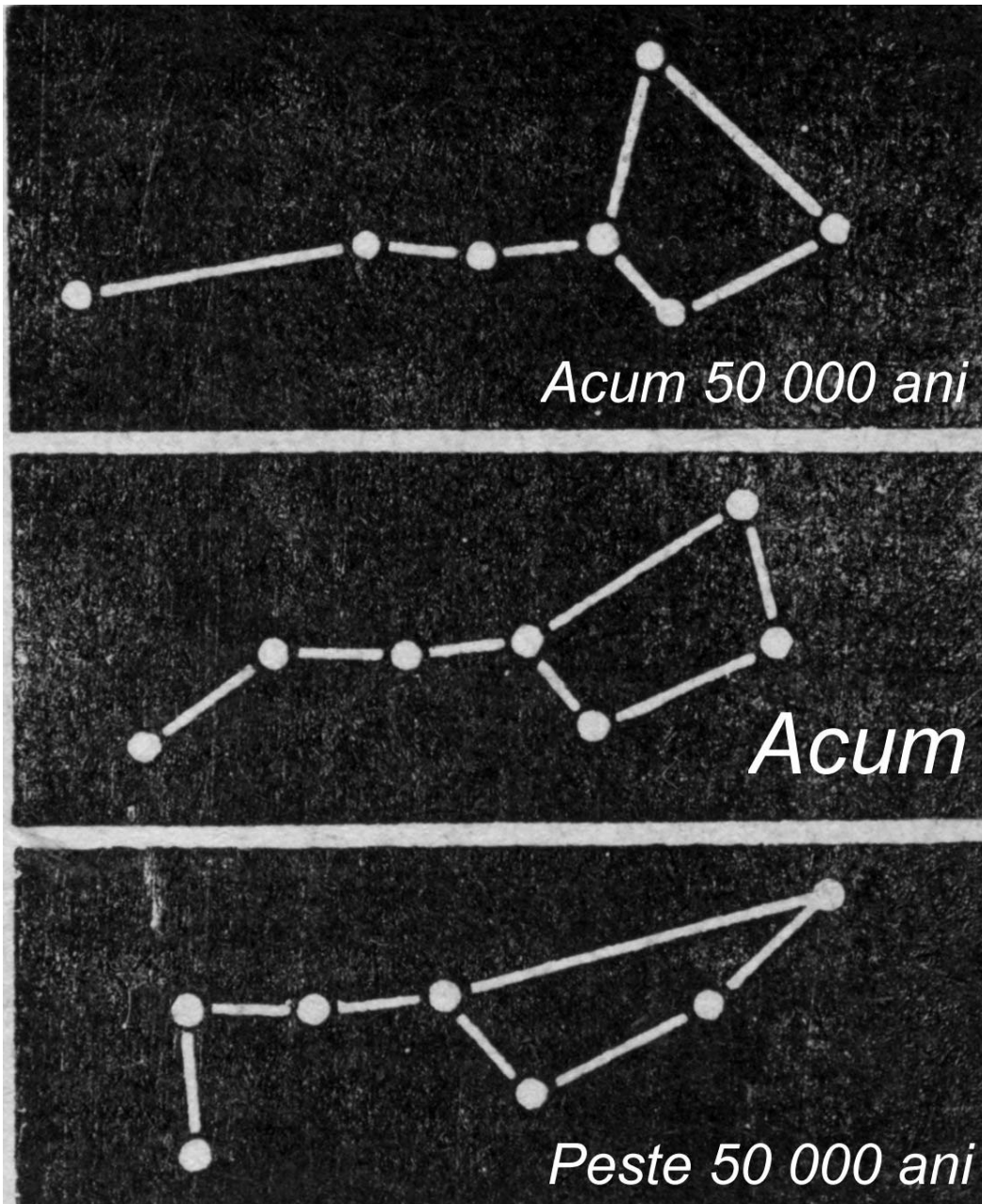
Subiectul IV c).	Punctaj
<p>Semi-axa mare a orbitei planetei $a = 0.051$ UA (din perioadă) iar viteza planetei este</p>	
$v = \frac{2\pi a}{T} = 131 \text{ km/s}$	0.5p
<p>Întrucât unghiul de înclinare nu este cunoscut viteza radială reală este</p>	
$v_r = \frac{v}{\sin i}$	1p
<p>Astfel obținem</p>	
$m \sin i = \frac{v_r^3}{v^3} M_{\text{Jupiter}} = 0.44 M_J$	0.5p
<p>Masa nu poate fi cunoscută datorită faptului că nu cunoaștem unghiul de înclinare al planului orbitei.</p>	1p
<p>Oficiu</p>	1p

SUBIECTUL IV B (3 puncte)

B) Stelele se mișcă unele față de celelalte pe perioade mari de timp. În figura de mai jos este dată imaginea constelației Ursa Major acum 50 000 ani, în prezent și peste 50 000 de ani.

Să se determine viteza de mișcare (aproximativă) în unități arbitrare a stelelor din constelație și să se explice de ce se schimbă forma constelației.

Să se determine viteza tangențială de mișcare (aproximativă) a stelelor din constelație ținându-se cont de distanțele unghiulare relative ale stelelor față de situația actuală.





Barem de notare:

Se numeroteaza in ordinea cunoscuta stelele din Ursa Mare.

2.Comparand cele trei imagini se poate observa ca fiecare din stelele de la 1 la 7 isi modifica pozitia in timp

3.Se alege o stea ca referinta (Ex. steaua 4, față de care se poate observa modificarea pozitiilor celorlalte stele).

4.Se traseaza un sistem de axe OXY, perpendiculare, cu originea intr-una din stele (Ex. steaua 4)

a) Se determina coordonatele fiecărei stele față de acest referențial **acum 50.000 ani**

Steaua	X	Y
1	- 6,5 cm	- 0,7 cm
2	- 2,9 cm	- 0,1 cm
3	- 1,5 cm	- 0,2 cm
4	0	0
5	+ 0,65 cm	2,4 cm
6	+ 2,8 cm	0,1 cm
7	+ 0,9 cm	0,9 cm

Analog pentru celelalte situatii

In prezent

Steaua	X	Y
1		
2		
3		
4	0	0
5		
6		
7		

După 50 000 ani

Steaua	X	Y
1		
2		
3		
4	0	0
5		
6		
7		

Scazand coordonatele x ,respectiv coordonatele y , din tabellele prezent-trecut/ prezent viitor se obțin directiile de deplasa fata de steaua de referinta(in cazul nostru steaua 4)si se poate determina si distantele de deplasare folosind teorema lui Pitagora.

Se pot desena pe foaie vectorii deplasare si in acelasi timp descrie tipul miscarii (ex: mișcare uniforma sau rectilinie, etc).



A nu se uita că totul este în proiecție pe boltă!

Cunoscând distanță unghiulară între doua stele din Ursa Mare, putem să calculăm toate distanțele corecte (și nu după unități arbitrare).

Punctaj

Se acorda cate

0,15 puncte pentru fiecare tabel (0,15x3) 0.45 puncte

0,1 fiecare diferenta pe OX, Oy si aplicarea teoremei lui Pitagora (0,1x6) 0.6 puncte

0,1 fiecare stea:viteza, directie deplasare,etc) (0,1x7) 0.7 puncte

Total 1.75 puncte

Alte observații:

- se evidențiază mișcarea proprie a stelelor
- se vede (sau se intuiește) că ele pot să se găsească (în marea majoritate a cazurilor) în plane diferite, respectiv la distanțe diferite de noi.

Orice alte considerente bune și interesante, se iau in considerare .

Se acorda 1.25 puncte pentru expicatie corecta a miscarii